

LAPORAN HASIL PENELITIAN

**PENENTUAN KEBIJAKAN PEMESANAN BARANG UNTUK MODEL
PERSEDIAAN *MULTI ITEM* DENGAN MEMPERTIMBANGKAN
FAKTOR KADALUARSISA DAN FAKTOR *ALL UNIT DISCOUNT***



Taufik Limansyah

**LEMBAGA PENELITIAN DAN PENGABDIAN KEPADA MASYARAKAT
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN
BANDUNG
2012**

ABSTRAK

PENENTUAN KEBIJAKAN PEMESANAN BARANG UNTUK MODEL PERSEDIAAN *MULTI ITEM* DENGAN MEMPERTIMBANGKAN FAKTOR KADALUARSA DAN FAKTOR *ALL UNIT DISCOUNT*

Taufik Limansyah
Jurusan Matematika, Universitas Katolik Parahyangan

Penelitian ini membahas mengenai penentuan kebijakan pemesanan barang untuk barang-barang yang memiliki faktor masa pakai, yaitu dengan kebijakan *joint order* atau kebijakan *individual order*. Faktor masa pakai barang merupakan faktor yang perlu dipertimbangkan dalam model persediaan barang bagi perusahaan yang bergerak dalam industri kimia atau industri makanan. Masalah akan menjadi semakin kompleks ketika perusahaan memiliki banyak jenis barang dengan waktu kadaluarsa yang berbeda-beda. Selain faktor kadaluarsa, faktor lain yang mempengaruhi model persediaan adalah faktor diskon yang diberikan *supplier* kepada perusahaan. Perusahaan dapat memanfaatkan faktor diskon ini untuk menurunkan biaya total persediaan. Dalam penelitian ini, kriteria performansi dari kebijakan yang dipilih adalah kebijakan pemesanan barang dengan mempertimbangkan faktor kadaluarsa barang dan faktor *all unit discount* yang meminimumkan biaya total persediaan barang.

Kata kunci : *persediaan, kebijakan pemesanan, waktu kadaluarsa, all unit discount.*

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur kepada Tuhan Yang Maha Kuasa, karena atas segala rahmat dan kasihNya penelitian dengan judul “*Penentuan Kebijakan Pemesanan Barang Untuk Model Persediaan Multi Item Dengan Mempertimbangkan Faktor Kadaluarsa dan Faktor All Unit Discount*” dapat diselesaikan. Makalah ini disusun sebagai laporan tertulis kegiatan penelitian yang dilakukan selama Semester Ganjil 2011/2012. Hasil penelitian ini juga telah dipublikasikan pada Jurnal Teknik Industri Vol. 13, No. 2, Desember 2011, Universitas Kristen Petra, Surabaya dengan ISSN 1411-2485 print / ISSN 2087-7439 online.

Dalam menyelesaikan penelitian ini, penulis telah menerima bantuan dan dukungan dari berbagai pihak yang keterlibatannya sangat berarti. Penulis menyampaikan ucapan terima kasih kepada Dekan Fakultas Teknologi Informasi dan Sains, Ketua dan Sekretaris Jurusan Matematika Universitas Katolik Parahyangan yang telah membantu kelancaran pemenuhan persyaratan administratif, serta Lembaga Penelitian dan Pengabdian kepada Masyarakat (LPPM) Universitas Katolik Parahyangan yang telah memberikan bantuan dana penelitian sehingga penelitian ini dapat berjalan dengan lancar dan terselesaikan dengan baik.

Seperti kata pepatah “*Tiada Gading yang Tak Retak*”, demikian juga dengan penelitian ini. Oleh karena itu, dengan senang hati penulis akan menerima kritik dan saran yang sifatnya membangun untuk penyempurnaan penelitian ini. Akhir kata penulis berharap semoga penelitian ini dapat memberikan manfaat bagi yang memerlukannya.

Bandung, Februari 2012

Penulis

DAFTAR ISI

ABSTRAK	ii
KATA PENGANTAR	iii
DAFTAR ISI	iv
DAFTAR GAMBAR	vi
DAFTAR TABEL	vii
 BAB I PENDAHULUAN	 1
1.1. Latar Belakang	1
1.2. Rumusan Masalah	3
1.3. Tujuan Penelitian	4
1.4. Batasan Masalah	4
1.5. Sistematika Penulisan	4
 BAB II MODEL PERSEDIAAN BARANG <i>ECONOMIC ORDER QUANTITY</i> DENGAN MEMPERTIMBANGKAN FAKTOR KADALUARSA DAN FAKTOR <i>ALL UNIT DISCOUNT</i>	 6
2.1. Notasi dan Asumsi Dalam Model Persediaan Barang <i>Economic Order Quantity</i> Dengan Mempertimbangkan Faktor Kadaluarsa dan Faktor <i>All Unit Discount</i>	7
2.2. Formulasi Matematika Untuk Model Persediaan Barang <i>EOQ</i> Dengan Mempertimbangkan Faktor Kadaluarsa dan Faktor <i>All Unit Discount</i>	9
2.3. Prosedur (Algoritma) Pencarian Jumlah Pemesanan Barang yang Optimal	16

BAB III MODEL PERSEDIAAN <i>MULTI ITEM</i> DENGAN MEMPERTIMBANGKAN FAKTOR KADALUARSA DAN FAKTOR <i>ALL UNIT DISCOUNT</i>	17
3.1. Notasi dan Asumsi Dalam Model Persediaan Barang <i>Multi Item</i> Dengan Mempertimbangkan Faktor Kadaluarsa dan Faktor <i>All Unit</i> <i>Discount</i>	18
3.2. Formulasi Model Persediaan Barang <i>Multi Item</i> Dengan Mempertimbangkan Faktor Kadaluarsa dan Faktor <i>All Unit</i> <i>Discount</i>	19
3.3. Prosedur (Algoritma) Pencarian Waktu Pemesanan Barang yang Optimal	27
3.4. Contoh Masalah	27
BAB IV KESIMPULAN DAN SARAN	32
4.1. Kesimpulan	32
4.2. Saran	32
DAFTAR PUSTAKA	33

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1. Model Persediaan Barang <i>EOQ</i> Dengan Mempertimbangkan Faktor Kadaluarsa Barang	9
Gambar 3.1. Model Persediaan <i>Multi Item</i> Dengan Kebijakan <i>Joint Order</i>	20

DAFTAR TABEL

Tabel 1. Indikator Ketiga Jenis Makanan	28
Tabel 2. Harga Penawaran tiap unit yang Diberikan Oleh Distributor Untuk Ketiga Jenis Makanan	28
Tabel 3. Besarnya Biaya Total Persediaan Untuk Masing-masing Jenis Makanan	28
Tabel 4. Nilai T^* Berbagai Kombinasi Tingkat Harga Pembelian	29
Tabel 5. Nilai Q_l dan TAC pada Berbagai Kombinasi Tingkat Harga Pembelian	30
Tabel 6. Nilai Q_{k_l} Pada Berbagai Kombinasi Tingkat Harga Pembelian	30

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Persediaan berkaitan dengan penyimpanan bahan baku/bahan setengah jadi/barang jadi untuk dapat memastikan lancarnya suatu sistem produksi atau kegiatan bisnis bagi suatu perusahaan/industri. Persediaan merupakan salah satu faktor yang penting bagi perusahaan. Pengadaan persediaan yang terlalu banyak akan menyebabkan perusahaan mengeluarkan biaya yang besar untuk menyimpan barang tersebut, seperti biaya perawatan, biaya sewa, atau biaya asuransi. Namun sebaliknya, pengadaan persediaan yang sedikit akan menyebabkan kerugian bagi perusahaan, seperti biaya pesan (*setup cost*) yang meningkat, berhentinya produksi akibat kekurangan bahan baku sehingga mengakibatkan kehilangan pendapatan yang potensial, dan dampak lebih lanjut adalah hilangnya kepercayaan konsumen karena konsumen berpindah pada perusahaan/produk lain. Oleh sebab itu, pengaturan mengenai persediaan bagi perusahaan sangatlah penting. Bagi perusahaan makanan atau industri bahan kimia, masa kadaluarsa barang menjadi salah satu faktor yang juga mempengaruhi besarnya biaya total persediaan. Ketika barang tersebut telah melewati batas waktu pakai (barang telah kadaluarsa), maka barang tersebut sudah tidak dapat digunakan lagi. Barang akan memiliki nilai jual yang lebih rendah seiring dengan mendekatnya masa pakai (waktu kadaluarsa), bahkan tidak memiliki nilai jual sama sekali ketika barang tersebut telah kadaluarsa.

Banyak model-model persediaan barang yang telah dikaji dan diulas pada berbagai buku dan literatur. Model persediaan barang yang paling sederhana, seperti yang diulas pada [10] yaitu model persediaan barang *Economic Order Quantity* (EOQ). Model EOQ ini selanjutnya menjadi dasar bagi pengembangan untuk model-model persediaan yang lebih kompleks. Dalam penelitian ini akan dikembangkan sebuah model persediaan barang dengan mempertimbangkan faktor kadaluarsa dan faktor *all unit discount*. Beberapa

penelitian yang telah mengembangkan dan membahas mengenai model persediaan untuk barang-barang yang mengalami penurunan nilai dari waktu ke waktu (*perishable*) telah melihat berbagai pokok permasalahan dari sudut pandang yang berbeda-beda. Pada [1] mengembangkan sebuah model mengenai pengendalian sistem produksi untuk satu jenis barang dengan laju penurunan nilai barang yang tidak pasti, sedangkan [2] memperluas model EOQ untuk barang-barang *perishable* dengan melihat biaya penyimpanan sebagai fungsi yang nonlinear dari waktu. Pada [4] telah mengembangkan model persediaan untuk satu jenis barang dengan mempertimbangkan faktor kadaluarsa bahan. Selanjutnya model tersebut dikembangkan dengan menambahkan faktor unit diskon, baik *all unit discount* oleh [6, 9] ataupun *incremental discount* oleh [8].

Namun dari berbagai model persediaan untuk barang yang mengalami *perishable*, kompleksitas permasalahan akan menjadi semakin berkembang ketika sebuah perusahaan memiliki banyak jenis barang dengan waktu kadaluarsa yang berbeda-beda. Berbagai penelitian yang relevan dengan masalah ini juga telah dikembangkan, seperti pada [7] dan [12] mengembangkan suatu model persediaan banyak jenis (*multi item*) yang memiliki masa pakai dengan melihat adanya keterbatasan kapasitas gudang untuk menyimpan barang-barang tersebut, sedangkan pada [3] mengembangkan suatu model untuk menentukan penggantian barang-barang pada pajangan/etalase, menentukan besarnya luas rak untuk masing-masing barang dalam memaksimalkan keuntungan bagi perusahaan dengan adanya keterbatasan luas rak. R. Kasthuri, et al. [5] mengembangkan model *multi item* dengan penekanan pada ruang penyimpanan dan biaya produksi dalam lingkungan yang *fuzzy* dan [11] mengembangkan suatu sistem *multi product newsboy* untuk memenuhi permintaan yang tidak pasti. Namun dari model-model persediaan yang telah dikembangkan di atas, tidak banyak model-model persediaan barang yang mempertimbangkan kasus *multi item* dengan faktor kadaluarsa barang dan *quantity discount* secara bersamaan. Hal ini merupakan kontribusi dari penelitian ini terhadap pengembangan model-model persediaan untuk sistem persediaan *multi item*. Penelitian ini akan melihat dari sudut pandang sisi kebijakan yang perlu diambil sebuah perusahaan

dalam melakukan pemesanan barang sehingga diperoleh biaya total persediaan yang minimum.

Penentuan kebijakan pemesanan barang dapat dilakukan dengan dua cara, yaitu kebijakan pemesanan barang secara individu (*individual order*) dan kebijakan pemesanan barang secara bersama-sama (*joint order*). Kebijakan *individual order* berarti perusahaan melakukan pemesanan untuk masing-masing jenis barang secara terpisah dan tidak saling mempengaruhi antara barang yang satu dengan barang yang lainnya, sedangkan kebijakan *joint order* berarti perusahaan melakukan pemesanan secara bersama-sama untuk keseluruhan jenis barang. Masalah yang dihadapi perusahaan dalam menerapkan kebijakan *joint order* adalah pada saat kapan perusahaan harus mengajukan pemesanan barang secara bersama-sama sehingga biaya total persediaan menjadi minimum.

1.2 Rumusan Masalah

Penelitian ini lebih menekankan pada model persediaan *multi item* dengan mempertimbangkan faktor kadaluarsa barang dan faktor diskon yang diberikan *supplier* kepada perusahaan/industri. Oleh karena itu, maka dalam penelitian ini dapat dirumuskan beberapa pokok bahasan sebagai berikut :

1. Bagaimana model matematika untuk sistem persediaan *multi item* dengan mempertimbangkan faktor kadaluarsa barang dan faktor *all unit discount*?
2. Bagaimana menentukan waktu pemesanan yang tepat untuk kebijakan pemesanan dengan *joint order*?
3. Bagaimana menentukan jumlah pemesanan dari masing-masing barang untuk model persediaan *multi item* dengan mempertimbangkan faktor kadaluarsa barang dan faktor *all unit discount* sehingga diperoleh biaya total persediaan yang minimum?

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah :

1. Menghasilkan model matematika untuk sistem persediaan *multi item* dengan mempertimbangkan faktor kadaluarsa barang dan faktor *all unit discount*.
2. Menentukan waktu pemesanan yang tepat untuk keseluruhan barang dengan menggunakan kebijakan pemesanan secara *joint order*.
3. Menentukan jumlah pemesanan dari masing-masing jenis barang sehingga diperoleh biaya total persediaan yang minimum.

1.4 Batasan Masalah

Untuk mempersempit ruang lingkup, maka terdapat batasan masalah yang perlu didefinisikan dalam penelitian ini. Masalah yang dibahas dalam penelitian ini yaitu model persediaan *multi item* dengan mempertimbangkan faktor kadaluarsa barang dan faktor diskon dengan jenis diskon yaitu *all unit discount*, waktu kadaluarsa barang diketahui dengan pasti, dan tingkat permintaan untuk masing-masing jenis barang adalah deterministik.

1.5 Sistematika Penulisan

Penelitian ini terdiri dari empat bab yang ditulis menurut sistematika sebagai berikut :

BAB I : PENDAHULUAN

Bab ini merupakan awal dari keseluruhan penelitian yang memberikan gambaran umum mengenai seluruh isi dari penelitian ini. Bab ini menjelaskan tentang latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, batasan masalah, dan sistematika penulisan.

BAB II : MODEL PERSEDIAAN BARANG *ECONOMIC ORDER QUANTITY* DENGAN MEMPERTIMBANGKAN FAKTOR KADALUARSA DAN FAKTOR *ALL UNIT DISCOUNT*

Pada bab ini dibahas mengenai model persediaan barang *Economic Order Quantity (EOQ)* dengan mempertimbangkan faktor kadaluarsa dan faktor *all unit discount* untuk satu jenis barang (*single item*). Semua penjelasan pada bab ini merupakan teori-teori yang mendukung dalam pembentukan model persediaan *multi item* yang akan dibahas pada bab tiga.

BAB III : MODEL PERSEDIAAN *MULTI ITEM* DENGAN MEMPERTIMBANGKAN FAKTOR KADALUARSA DAN FAKTOR *ALL UNIT DISCOUNT*

Bab ini akan membahas konstruksi model persediaan *multi item* dengan mempertimbangkan faktor kadaluarsa dan faktor *all unit discount*. Pada bab ini juga akan dibahas penentuan waktu pemesanan yang optimal untuk keseluruhan jenis barang dengan menggunakan kebijakan *joint order* sehingga diperoleh biaya total persediaan yang minimum.

BAB IV : KESIMPULAN DAN SARAN

Berisi kesimpulan yang dapat ditarik berdasarkan pembahasan yang diperoleh pada bab sebelumnya dan saran untuk penelitian lebih lanjut.

BAB II

MODEL PERSEDIAAN BARANG *ECONOMIC ORDER QUANTITY* DENGAN MEMPERTIMBANGKAN FAKTOR KADALUARSA DAN FAKTOR *ALL UNIT DISCOUNT*

Persediaan berkaitan dengan penyimpanan suatu bahan baku/barang yang bertujuan untuk menunjang kelancaran suatu sistem produksi atau kegiatan bisnis yang dilakukan oleh sebuah perusahaan. Persediaan merupakan salah satu faktor penting. Pada bab ini akan dibahas mengenai model persediaan satu jenis barang (*single item*) dengan memperhatikan faktor kadaluarsa dan faktor *all unit discount*.

Bagi perusahaan makanan atau industri bahan kimia, masa kadaluarsa barang menjadi salah satu faktor yang juga mempengaruhi besarnya biaya total persediaan. Ketika barang tersebut telah melewati batas waktu pakai (barang telah kadaluarsa), maka barang tersebut sudah tidak dapat digunakan lagi. Barang akan memiliki nilai jual yang lebih rendah seiring dengan mendekatnya masa pakai (waktu kadaluarsa) barang tersebut atau bahkan tidak memiliki nilai jual sama sekali ketika barang tersebut telah kadaluarsa. Pengadaan persediaan barang yang memiliki waktu kadaluarsa dalam jumlah yang banyak akan meningkatkan biaya kadaluarsa bagi perusahaan. Perusahaan akan mengalami kerugian mengingat banyaknya barang yang memiliki nilai jual yang lebih rendah atau bahkan tidak memiliki nilai jual sama sekali. Sebaliknya, jika pengadaan persediaan barang yang memiliki waktu kadaluarsa dalam jumlah yang sedikit akan mengakibatkan frekuensi pemesanan yang lebih sering sehingga biaya pemesanan menjadi mahal. Selain faktor kadaluarsa barang, faktor diskon yang diberikan *supplier* juga dapat mempengaruhi besarnya biaya total persediaan. Perusahaan dapat memanfaatkan faktor diskon ini untuk menurunkan biaya total persediaan. Namun perlu diperhatikan juga, dengan pembelian jumlah barang yang banyak maka resiko yang muncul seperti biaya penyimpanan dan biaya kerugian akibat kadaluarsa barang akan semakin besar.

Masalah yang senantiasa dihadapi perusahaan berkenaan dengan persediaan barang adalah “berapa banyak barang yang harus dipesan” dan “kapan barang tersebut harus dipesan”. Pertanyaan pertama berkaitan dengan jumlah pemesanan (*order quantity*) dan pertanyaan kedua berkaitan dengan waktu dimana perusahaan harus mengajukan pemesanan. Perusahaan harus merencanakan pemesanan barang sebagai persediaan, karena adanya waktu (*lead time*) yang dibutuhkan oleh *supplier* untuk mengirimkan bahan baku/barang hingga dapat sampai pada perusahaan. Dengan perencanaan yang tepat, maka faktor kekurangan bahan baku/barang yang dapat menyebabkan berhentinya operasi produksi atau hilangnya pendapatan bagi perusahaan dapat diminimalkan. Pengajuan waktu pemesanan yang dilakukan oleh perusahaan dapat dibedakan menjadi dua, yaitu dengan pengulangan periodik (*periodic inventory system*) atau dengan pengulangan kontinu (*perpetual inventory system*). Pengulangan periodik berarti perusahaan melakukan pemesanan kembali dengan jumlah yang sama dalam jangka waktu tertentu, misalnya seminggu sekali, setiap tiga bulan sekali, dan sebagainya. Pengulangan kontinu berarti perusahaan melakukan pemesanan kembali dengan jumlah yang sama ketika tingkat persediaan barangnya mencapai jumlah tertentu.

2.1 Notasi dan Asumsi Dalam Model Persediaan Barang *Economic Order Quantity* Dengan Mempertimbangkan Faktor Kadaluarsa dan Faktor *All Unit Discount*

Asumsi-asumsi dalam model persediaan barang ini adalah

1. Tingkat permintaan barang diketahui dengan pasti dan konstan sepanjang waktu.
2. Model yang dikembangkan hanya untuk satu jenis barang (*single item*) dan tidak ada interaksi dengan barang lain.
3. *Lead time* (waktu tunggu) pemesanan diketahui dengan konstan.
4. Jumlah pemesanan barang yang dilakukan selalu sama untuk setiap kali pemesanan diajukan.
5. Kekurangan barang akan terjadi pada saat barang telah kadaluarsa.
6. Masa pakai (kadaluarsa barang) diketahui dengan pasti.

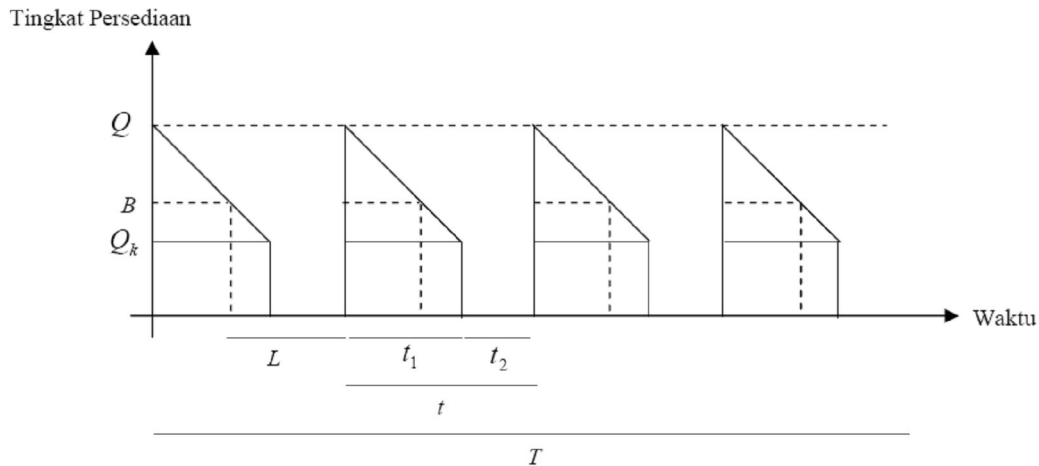
7. Seluruh barang yang akan kadaluarsa langsung terjual dengan harga murah, sehingga mengakibatkan tidak adanya biaya simpan untuk barang yang telah kadaluarsa.

Notasi-notasi yang digunakan dalam model persediaan barang ini adalah

- Q = Jumlah pesanan yang optimum.
- Q_k = Jumlah barang yang kadaluarsa.
- P_i = Harga beli barang perunit.
- D = Jumlah permintaan barang dalam satu periode perencanaan.
- S = Biaya pemesanan untuk setiap kali pesanan diajukan.
- h = Fraksi biaya simpan barang perunit perperiode perencanaan.
- C_k = Biaya kekurangan barang perunit.
- J = Harga jual barang kadaluarsa perunit.
- C_p = Biaya pembelian selama satu periode perencanaan.
- C_o = Biaya pemesanan selama satu periode perencanaan.
- C_s = Biaya penyimpanan selama satu periode perencanaan.
- C_{so} = Biaya kekurangan selama satu periode perencanaan.
- C_{kd} = Biaya kadaluarsa selama satu periode perencanaan.
- T = Satu periode perencanaan.
- B = Titik pemesanan kembali.
- L = *Lead time* pengiriman barang.
- t = Siklus kecil periode persediaan barang.
- t_1 = Periode penyimpanan barang sebelum kadaluarsa.
- t_2 = Periode terjadinya kekurangan barang.
- TAC = Biaya total persediaan.
- U = Batas jumlah barang yang dipesan dimana terjadi perubahan harga beli.

2.2 Formulasi Model Persediaan Barang *EOQ* Dengan Mempertimbangkan Faktor Kadaluarsa Barang dan Faktor *All Unit Discount*

Konsep dasar dari model persediaan barang ini berasal dari model persediaan barang *EOQ*. Menurut [10], biaya total persediaan meliputi biaya pembelian (*purchase cost*), biaya pemesanan (*setup cost*), biaya penyimpanan (*holding cost*), dan biaya kekurangan (*stockout cost*). Secara garis besar, biaya total persediaan meliputi keempat komponen jenis biaya tersebut, namun tidak menutup kemungkinan terdapat komponen biaya-biaya lain yang mempengaruhi biaya total persediaan. Beberapa komponen biaya yang relatif memiliki pengaruh yang kecil terhadap biaya total persediaan dapat diabaikan. Pelibatan seluruh komponen biaya yang memiliki pengaruh terhadap biaya total persediaan akan menyebabkan fungsi biaya total menjadi terlalu kompleks untuk dianalisa secara matematis.



Gambar 2.1. Model Persediaan Barang *EOQ* Dengan Mempertimbangkan Faktor Kadaluarsa Barang.

Pada Gambar 2.1, menunjukkan bahwa tingkat persediaan tertinggi dicapai pada Q unit, banyaknya barang kadaluarsa sebanyak Q_k unit yang terjadi pada akhir t_1 , L menyatakan *lead time*, t_2 menyatakan lama waktu terjadinya kekurangan barang, dan perusahaan harus melakukan pemesanan kembali ketika persediaan telah mencapai B unit. Selanjutnya untuk

memudahkan model persediaan barang ini, maka T yang menyatakan satu periode perencanaan dalam Gambar 2.1 dimisalkan satu tahun.

Pada model persediaan barang ini, disamping keempat komponen biaya tersebut, dalam model persediaan ini terdapat komponen biaya lain yaitu biaya kadaluarsa yang juga dapat mempengaruhi biaya total persediaan. Selain itu, perbedaan lain yang tampak pada model persediaan barang ini terletak pada biaya pembelian yang disebabkan karena adanya faktor diskon yang diberikan oleh *supplier*. Dengan demikian, secara matematika biaya total persediaan dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \text{Biaya Total Persediaan} = & \text{Biaya Pembelian} + \text{Biaya Pemesanan} + \\ & \text{Biaya Penyimpanan} + \text{Biaya Kekurangan} + \\ & \text{Biaya Kadaluarsa} \quad \dots(2.1) \end{aligned}$$

Pengertian dan besarnya kelima komponen jenis biaya yang mempengaruhi biaya total persediaan dalam model persediaan ini lebih lanjut dijelaskan dibawah ini.

1. Biaya pembelian adalah biaya yang dikeluarkan untuk membeli bahan baku/barang. Karena dalam model persediaan ini terdapat faktor diskon yang diberikan *supplier*, maka besarnya harga perunit barang dapat didefinisikan sebagai berikut :

$$P_i = \begin{cases} a_0 & \text{untuk } U_0 \leq Q < U_1 \\ a_1 & \text{untuk } U_1 \leq Q < U_2 \\ \vdots & \\ a_j & \text{untuk } U_j \leq Q < U_{j+1} \end{cases}$$

dimana $a_k > a_{k+1}$, $k = 0, 1, 2, 3, \dots, j$ untuk tiap unit barang.

Jika dalam setahun terdapat permintaan sebesar D unit, maka besarnya biaya pembelian dalam setahun adalah

$$\begin{aligned} \text{Biaya pembelian} &= \text{Harga perunit barang} \times \text{Jumlah permintaan} \\ C_p &= P_i D \quad \dots(2.2) \end{aligned}$$

2. Biaya pemesanan adalah biaya yang dikeluarkan ketika sebuah pesanan diajukan. Biaya ini dapat meliputi biaya ongkos kirim barang, biaya uji kualitas bahan baku, biaya kontrak pembelian.

Jika besarnya biaya yang dikeluarkan untuk setiap kali pesanan diajukan sebesar S , maka besarnya biaya pemesanan dalam setahun adalah

Biaya pemesanan = Biaya sekali pemesanan \times Frekuensi pemesanan dalam setahun

$$C_o = S \times \frac{D}{Q}$$

$$C_o = \frac{SD}{Q} \quad \dots(2.3)$$

3. Biaya penyimpanan adalah biaya yang dikeluarkan untuk keperluan pemeliharaan, sewa tempat, atau biaya asuransi atas barang/bahan baku yang ada.

Jika besarnya biaya simpan perunit barang dinyatakan dalam fraksi dari harga beli barang perunitnya yaitu sebesar $P_i h$, maka besarnya biaya penyimpanan selama periode t_1 adalah

Biaya penyimpanan selama t_1 = Harga penyimpanan perunit barang \times Rata-rata

barang yang disimpan \times Lama waktu penyimpanan

$$= P_i h \times \frac{1}{2}(Q + Q_k) \times t_1$$

$$= P_i h \times \frac{1}{2}(Q + Q_k) \times \left(\frac{Q - Q_k}{D} \right)$$

$$= \frac{P_i h (Q^2 - Q_k^2)}{2D}$$

Jadi besarnya biaya penyimpanan dalam setahun adalah

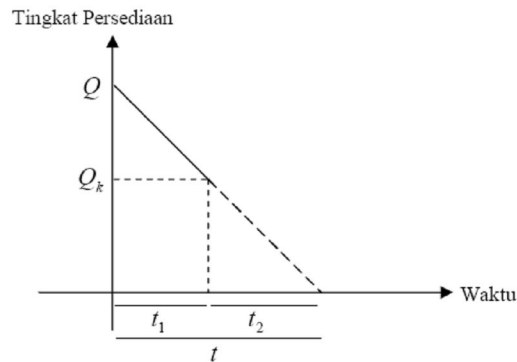
Biaya penyimpanan = Biaya penyimpanan selama t_1 \times Banyak siklus dalam setahun

$$C_s = \frac{P_i h (Q^2 - Q_k^2)}{2D} \times \frac{D}{Q}$$

$$C_s = \frac{P_i h (Q^2 - Q_k^2)}{2Q} \quad \dots(2.4)$$

Perhatikan bahwa selama periode waktu t_2 tidak ada barang yang disimpan. Hal ini disebabkan karena asumsi bahwa semua barang yang akan kadaluarsa langsung terjual dengan harga murah, sehingga mengakibatkan tidak adanya biaya simpan untuk barang yang telah kadaluarsa. Untuk mencari panjang waktu selama t_1 dapat digunakan prinsip kesebangunan.

Perhatikan gambar berikut :



Akibatnya diperoleh : $\frac{Q}{t} = \frac{Q - Q_k}{t_1}$

$$t_1 = \frac{t (Q - Q_k)}{Q} \quad \dots(*)$$

Karena $t = \frac{Q}{D}$, maka persamaan (*) dapat ditulis menjadi $t_1 = \frac{Q - Q_k}{D}$.

4. Biaya kekurangan (biaya pinalti) adalah biaya yang dikeluarkan karena kehabisan barang akibat adanya barang yang kadaluarsa. Kekurangan barang terjadi selama periode waktu t_2 .

Jika besarnya biaya kekurangan perunit barang persatuan waktu adalah C_k , maka besarnya biaya kekurangan barang selama periode waktu t_2 adalah

Biaya kekurangan selama periode t_2 = Biaya kekurangan perunit barang \times
Rata-rata kekurangan barang \times Lama
waktu kekurangan barang

$$= C_k \times \frac{Q_k}{2} \times t_2$$

$$= C_k \times \frac{Q_k}{2} \times \frac{Q_k}{D}$$

$$= \frac{C_k Q_k^2}{2D}$$

Jadi besarnya biaya kekurangan dalam setahun adalah

Biaya kekurangan = Biaya kekurangan selama t_2 \times Banyak siklus dalam setahun

$$C_{So} = \frac{C_k Q_k^2}{2D} \times \frac{D}{Q}$$

$$C_{So} = \frac{C_k Q_k^2}{2Q} \quad \dots(2.5)$$

Panjang waktu selama t_2 dapat dicari dengan menggunakan $t = t_1 + t_2$. Karena $t = \frac{Q}{D}$

dan $t_1 = \frac{Q - Q_k}{D}$, maka

$$t_2 = t - t_1$$

$$= \frac{Q}{D} - \frac{Q - Q_k}{D}$$

$$= \frac{Q_k}{D}$$

5. Biaya kadaluarsa adalah biaya yang dikeluarkan karena barang telah melewati masa pakai. Dalam hal ini, biaya kadaluarsa merupakan selisih antara harga beli barang (P_i) dengan harga jual barang yang akan kadaluarsa (J).

Jika harga penjualan perunit barang pada saat t_1 adalah J , maka besarnya biaya kadaluarsa selama setahun adalah

$$\begin{aligned} \text{Biaya kadaluarsa} &= \text{Banyak barang kadaluarsa} \times \text{Selisih perbedaan} \\ &\quad \text{harga beli dan harga jual barang kadaluarsa} \times \\ &\quad \text{Banyak siklus dalam setahun} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_{kd} &= Q_k \times (P_i - J) \times \frac{D}{Q} \\ C_{kd} &= \frac{Q_k (P_i - J) D}{Q} \end{aligned} \quad \dots(2.6)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (2.2), (2.3), (2.4), (2.5), dan (2.6) ke dalam persamaan (2.1), maka diperoleh biaya total persediaan untuk model persediaan barang ini adalah

$$\begin{aligned} TAC(Q, Q_k) &= C_p + C_o + C_s + C_{so} + C_{kd} \\ &= P_i D + \frac{SD}{Q} + \frac{P_i h (Q^2 - Q_k^2)}{2Q} + \frac{C_k Q_k^2}{2Q} + \frac{Q_k (P_i - J) D}{Q} \end{aligned} \quad \dots(2.7)$$

Selanjutnya untuk mencari biaya total persediaan yang minimum akan dicapai jika

$$\frac{\partial TAC}{\partial Q} = 0 \text{ dan } \frac{\partial TAC}{\partial Q_k} = 0.$$

Perhatikan untuk $\frac{\partial TAC}{\partial Q} = 0$, maka diperoleh

$$\begin{aligned} -\frac{SD}{Q^2} + \frac{P_i h}{2} + \frac{P_i h Q_k^2}{2Q^2} - \frac{C_k Q_k^2}{2Q^2} - \frac{Q_k (P_i - J) D}{Q^2} &= 0 \\ \frac{-2SD + P_i h Q^2 + P_i h Q_k^2 - C_k Q_k^2 - 2Q_k (P_i - J) D}{2Q^2} &= 0 \\ -2SD + P_i h Q^2 + P_i h Q_k^2 - C_k Q_k^2 - 2Q_k (P_i - J) D &= 0 \\ P_i h Q^2 &= 2SD - P_i h Q_k^2 + C_k Q_k^2 + 2Q_k (P_i - J) D \\ P_i h Q^2 &= 2SD + Q_k^2 (C_k - P_i h) + 2Q_k (P_i - J) D \end{aligned}$$

$$Q^2 = \frac{2SD + Q_k^2 (C_k - P_i h) + 2Q_k (P_i - J)D}{P_i h}$$

$$Q = \sqrt{\frac{2SD + Q_k^2 (C_k - P_i h) + 2Q_k (P_i - J)D}{P_i h}} \quad \dots(2.8)$$

Perhatikan untuk $\frac{\partial TAC}{\partial Q_k} = 0$, maka diperoleh

$$-\frac{P_i h Q_k}{Q} + \frac{C_k Q_k}{Q} + (P_i - J) \frac{D}{Q} = 0$$

$$\frac{-P_i h Q_k + C_k Q_k + (P_i - J)D}{Q} = 0$$

$$-P_i h Q_k + C_k Q_k + (P_i - J)D = 0$$

$$Q_k (C_k - P_i h) = -(P_i - J)D$$

$$-Q_k (P_i h - C_k) = -(P_i - J)D$$

$$Q_k = \frac{(P_i - J)D}{P_i h - C_k} \quad \dots(2.9)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (2.9) ke dalam persamaan (2.8), maka

$$Q = \sqrt{\frac{2SD + Q_k Q_k (C_k - P_i h) + 2Q_k (P_i - J)D}{P_i h}}$$

$$Q = \sqrt{\frac{2SD - Q_k (P_i - J)D + 2Q_k (P_i - J)D}{P_i h}}$$

$$Q = \sqrt{\frac{2SD + Q_k (P_i - J)D}{P_i h}}$$

$$Q = \sqrt{\frac{2SD + \left[\frac{(P_i - J)D}{P_i h - C_k} \right] (P_i - J)D}{P_i h}}$$

$$Q = \sqrt{\frac{2SD}{P_i h} + \frac{(P_i - J)^2 D^2}{P_i h(P_i h - C_k)}} \quad \dots(2.10)$$

Jadi agar biaya total persediaan menjadi minimum, maka jumlah pesanan yang harus

diajukan perusahaan sebanyak $Q = \sqrt{\frac{2SD}{P_i h} + \frac{(P_i - J)^2 D^2}{P_i h(P_i h - C_k)}}$ unit dengan banyaknya barang

kadaluarsa adalah $Q_k = \frac{(P_i - J)D}{P_i h - C_k}$ unit.

2.3 Prosedur (Algoritma) Pencarian Jumlah Pemesanan Barang yang Optimal [9]

Prosedur untuk memperoleh jumlah pemesanan barang yang optimal bila terdapat faktor kadaluarsa barang dan faktor *all unit discount* dengan tujuan meminimalkan biaya total persediaan dilakukan dengan menggunakan algoritma berikut :

1. Hitung Q pada setiap tingkat unit harga pembelian barang.
2. Bandingkan Q dengan U . Jika Q berada dalam interval U ($U_j \leq Q < U_{j+1}$), maka Q valid dan lanjutkan ke langkah (4).
3. Jika Q tidak valid, maka
 - (i) Untuk Q yang lebih kecil dari interval U , gunakan U_j .
 - (ii) Untuk Q yang lebih besar dari interval U , gunakan U_{j+1} .
4. Hitung banyaknya barang yang kadaluarsa (Q_k).
5. Hitung TAC untuk setiap Q yang valid dan semua U yang mungkin.
6. Bandingkan hasil perhitungan TAC untuk Q yang valid dengan TAC untuk semua U yang mungkin.
7. Pilihlah jumlah pesanan (Q) yang memberikan nilai TAC paling minimum.

BAB III

MODEL PERSEDIAAN *MULTI ITEM* DENGAN MEMPERTIMBANGKAN FAKTOR KADALUARSA DAN FAKTOR *ALL UNIT DISCOUNT*

Pada bab ini akan dibahas mengenai model persediaan *multi item* dengan mempertimbangkan faktor kadaluarsa dan faktor *all unit discount*. Kompleksitas permasalahan akan semakin berkembang ketika sebuah perusahaan memiliki banyak jenis barang yang memiliki waktu kadaluarsa yang berbeda-beda. Oleh sebab itu dibutuhkan suatu kebijakan yang tepat dalam pengaturan persediaan barang-barang tersebut. Perusahaan dapat menerapkan kebijakan *individual order* atau kebijakan *joint order*. Kebijakan *individual order* berarti perusahaan melakukan pemesanan barang secara sendiri-sendiri atau terpisah untuk masing-masing jenis barang dan tidak saling mempengaruhi antara pemesanan barang yang satu dengan pemesanan barang yang lain. Sebagai contoh, misalkan barang *A* dilakukan pemesanan setiap 3 minggu sekali atau ketika persediaan barang *A* tinggal beberapa unit, sedangkan barang *B* dilakukan pemesanan setiap sebulan sekali atau ketika persediaan barang *B* tinggal beberapa unit, dan demikian seterusnya untuk jenis-jenis barang yang lain. Jika perusahaan melakukan kebijakan *joint order* berarti perusahaan melakukan pemesanan secara bersamaan untuk keseluruhan jenis barang yang dimilikinya. Namun dalam hal ini jika perusahaan menerapkan kebijakan *joint order*, maka masalah yang muncul adalah pada saat kapan perusahaan harus melakukan pemesanan untuk keseluruhan barangnya. Penelitian ini mencoba menganalisa kebijakan *joint order* tersebut. Dengan perkataan lain akan dicari pada saat kapan perusahaan harus melakukan pemesanan untuk keseluruhan barangnya sehingga diperoleh biaya total persediaan yang minimum. Kriteria kebijakan yang diambil bagi perusahaan adalah kebijakan yang memberikan biaya total persediaan yang minimum yaitu apakah dengan kebijakan *individual order* atau kebijakan *joint order*.

3.1 Notasi dan Asumsi Dalam Model Persediaan *Multi Item* Dengan Mempertimbangkan Faktor Kadaluarsa dan Faktor *All Unit Discount*

Asumsi-asumsi dalam model persediaan *multi item* ini adalah

1. Tingkat permintaan barang diketahui dengan pasti dan konstan sepanjang waktu.
2. Barang-barang yang dipesan berasal dari *supplier* yang sama.
3. *Lead time* (waktu tunggu) pemesanan diketahui dan konstan.
4. Jumlah pemesanan setiap barang selalu sama pada setiap pemesanan diajukan.
5. Kekurangan barang akan terjadi pada saat barang yang akan kadaluarsa terjual habis.
6. Masa pakai (kadaluarsa barang) diketahui dengan pasti.
7. Seluruh barang yang akan kadaluarsa langsung terjual dengan harga yang lebih murah, sehingga mengakibatkan tidak adanya biaya simpan untuk barang yang akan kadaluarsa.

Notasi-notasi yang digunakan dalam model persediaan *multi item* ini adalah

P_i = Harga beli perunit barang untuk jenis barang ke- i .

D_i = Jumlah permintaan barang jenis ke- i dalam satu periode perencanaan.

S_i = Biaya pemesanan untuk setiap kali pesanan diajukan untuk jenis barang ke- i .

S^* = Biaya pemesanan untuk setiap kali pesanan diajukan jika melakukan kebijakan *joint order*.

h_i = Fraksi biaya simpan barang perunit perperiode perencanaan untuk jenis barang ke- i .

C_{k_i} = Biaya kekurangan barang perunit untuk jenis barang ke- i .

J_i = Harga jual perunit barang yang akan kadaluarsa untuk jenis barang ke- i .

C_{pT} = Total biaya pembelian selama satu periode perencanaan.

C_{oT} = Total biaya pemesanan selama satu periode perencanaan.

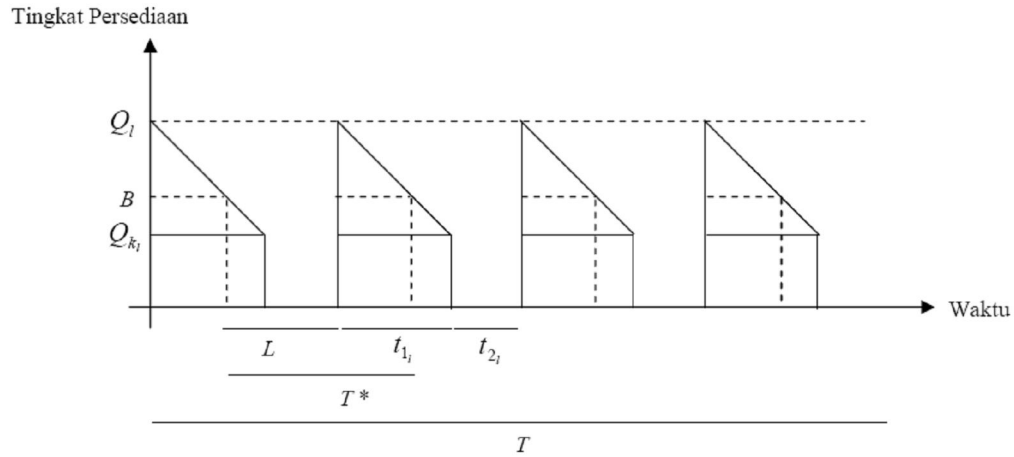
C_{sT} = Total biaya penyimpanan selama satu periode perencanaan.

C_{soT} = Total biaya kekurangan selama satu periode perencanaan.

- C_{kdT} = Total biaya kadaluarsa selama satu periode perencanaan.
 t_1 = Periode penyimpanan barang sebelum kadaluarsa.
 t_2 = Periode terjadinya kekurangan barang.
 TAC = Biaya total persediaan.
 U = Batas jumlah barang yang dipesan dimana terjadi perubahan harga beli.
 θ_l = Fraksi barang baik untuk jenis barang ke- l . ($0 < \theta_l < 1$)
 $1 - \theta_l$ = Fraksi barang yang akan kadaluarsa untuk jenis barang ke- l .
 Q_l = Jumlah pesanan yang optimum untuk jenis barang ke- l .
 Q_{k_l} = Jumlah barang yang akan kadaluarsa untuk jenis barang ke- l .
 T^* = Waktu antar pemesanan barang dari satu siklus ke siklus berikutnya.

3.2 Formulasi Model Persediaan *Multi Item* Dengan Mempertimbangkan Faktor Kadaluarsa dan Faktor *All Unit Discount*

Konsep dasar pengembangan model persediaan *multi item* ini berasal dari model persediaan barang *EOQ* untuk satu jenis barang (*single item*) sebagaimana yang telah dijelaskan pada bab sebelumnya. Masalah yang dihadapi oleh perusahaan dalam model persediaan *multi item* dengan menerapkan kebijakan *joint order* adalah pada setiap kapan pemesanan untuk keseluruhan barang harus dilakukan sehingga diperoleh biaya total persediaan yang minimum. Dengan perkataan lain, T^* (waktu antar pemesanan keseluruhan barang dari satu siklus ke siklus berikutnya) menjadi indikator utama yang mempengaruhi biaya total persediaan.



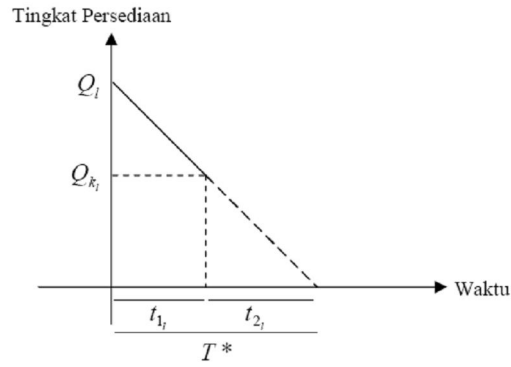
Gambar 3.1. Model Persediaan *Multi Item* Dengan Kebijakan *Joint Order*.

Pada Gambar 3.1, T^* menyatakan waktu antar pemesanan keseluruhan barang dari satu siklus ke siklus berikutnya, tingkat persediaan tertinggi dicapai pada Q_l unit untuk masing-masing jenis barang ke- l , banyaknya barang kadaluarsa sebanyak Q_{kl} unit untuk masing-masing jenis barang ke- l yang terjadi pada akhir t_{1l} , L menyatakan *lead time*, t_{2l} menyatakan lama waktu terjadinya kekurangan barang untuk masing-masing jenis barang ke- l , dan diasumsikan bahwa T adalah satu tahun.

Perhatikan bahwa panjang T^* pada gambar 3.1 akan sama panjangnya dengan t pada gambar 2.1, sehingga $T^* = \frac{Q}{D}$. Karena perusahaan memiliki banyak jenis barang dan permintaan untuk masing-masing jenis barang berbeda-beda, maka T^* dalam model persediaan *multi item* ditulis $T^* = \frac{Q_l}{D_l}$. Akibatnya

$$Q_l = D_l \cdot T^* \quad \dots(3.1)$$

Selanjutnya panjang t_{1l} dapat dicari dengan menggunakan prinsip kesebangunan. Perhatikan gambar berikut :



Akibatnya diperoleh : $\frac{Q_l}{T^*} = \frac{Q_l - Q_{k_l}}{t_{1_l}}$

$$t_{1_l} = \frac{T^* (Q_l - Q_{k_l})}{Q_l} \quad \dots(*)$$

Definisikan $\theta_l = \frac{Q_l - Q_{k_l}}{Q_l} = 1 - \frac{Q_{k_l}}{Q_l}$ yang menyatakan fraksi barang baik untuk jenis barang

ke- l . Dari persamaan tersebut, maka diperoleh banyaknya barang kadaluarsa untuk jenis barang ke- l adalah

$$Q_{k_l} = Q_l (1 - \theta_l) \quad \dots(3.2)$$

Akibat dari pendefinisian $\theta_l = \frac{Q_l - Q_{k_l}}{Q_l}$, maka persamaan t_{1_l} dapat ditulis menjadi

$t_{1_l} = \theta_l T^*$ dan untuk mencari panjang t_{2_l} dapat dicari dengan menggunakan hubungan :

$$t_{1_l} + t_{2_l} = T^*$$

$$\theta_l T^* + t_{2_l} = T^*$$

$$t_{2_l} = T^* (1 - \theta_l) \quad \dots(**)$$

Pada model persediaan barang *single item* telah dikemukakan bahwa biaya total persediaan untuk satu jenis barang dengan mempertimbangkan faktor kadaluarsa dan faktor *all unit discount* merupakan penjumlahan dari biaya pembelian, biaya pemesanan, biaya penyimpanan, biaya kekurangan, dan biaya kadaluarsa. Kelima komponen biaya ini tetap

digunakan untuk masalah persediaan dengan banyak jenis barang, namun yang berbeda tampak pada biaya pemesanan jika perusahaan melakukan kebijakan *joint order*. Dengan demikian, secara matematika biaya total persediaan selama 1 tahun untuk banyak jenis barang untuk kebijakan *joint order* dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \text{Biaya Total Persediaan} = & \sum \text{Biaya Pembelian} + \text{Biaya Pemesanan dengan joint order} \\ & + \sum \text{Biaya Penyimpanan} + \sum \text{Biaya Kekurangan} + \\ & \sum \text{Biaya Kadaluarsa} \quad \dots(3.3) \end{aligned}$$

Pengertian dan besarnya kelima komponen jenis biaya yang mempengaruhi biaya total persediaan dalam model persediaan ini lebih lanjut dijelaskan dibawah ini.

1. Biaya pembelian adalah biaya yang dikeluarkan untuk membeli bahan baku/barang. Karena dalam model persediaan ini terdapat faktor diskon yang diberikan *supplier*, maka besarnya harga beli perunit barang untuk masing-masing jenis barang dapat didefinisikan sebagai berikut :

$$P_{i_l} = \begin{cases} a_{0_l} & \text{untuk } U_{0_l} \leq Q < U_{1_l} \\ a_{1_l} & \text{untuk } U_{1_l} \leq Q < U_{2_l} \\ \vdots & \\ a_{j_l} & \text{untuk } U_{j_l} \leq Q < U_{(j+1)_l} \end{cases}$$

dimana $a_{k_l} > a_{(k+1)_l}$, $k = 0, 1, 2, 3, \dots, j$ dan $l = 1, 2, 3, \dots, n$.

Jika dalam setahun terdapat permintaan sebesar D_l unit untuk masing-masing jenis barang, maka besarnya biaya pembelian dalam setahun adalah

$$\begin{aligned} \text{Biaya pembelian} &= \sum_{l=1}^n (\text{Harga perunit barang} \times \text{Jumlah permintaan}) \\ C_{pT} &= \sum_{l=1}^n P_{i_l} D_l \quad \dots(3.4) \end{aligned}$$

2. Biaya pemesanan adalah biaya yang dikeluarkan ketika sebuah pesanan diajukan. Jika besarnya biaya pemesanan dengan *joint order* yang dikeluarkan untuk setiap kali pesanan diajukan sebesar S^* , maka besarnya biaya pemesanan dalam setahun adalah

Biaya pemesanan = Biaya pemesanan dengan *joint order* \times Frekuensi pemesanan
dalam setahun

$$C_{oT} = S^* \frac{D}{Q}$$

Karena $T^* = \frac{Q}{D}$, maka $C_{oT} = \frac{S^*}{T^*}$... (3.5)

3. Biaya penyimpanan adalah biaya yang dikeluarkan untuk keperluan pemeliharaan, sewa tempat, atau biaya asuransi atas barang/bahan baku yang ada. Jika besarnya biaya simpan perunit masing-masing barang dinyatakan dalam fraksi dari harga beli masing-masing barang perunitnya yaitu sebesar $P_i h_i$, maka besarnya biaya penyimpanan selama periode t_{i_l} adalah

Biaya penyimpanan selama $t_{i_l} = \sum_{l=1}^n$ (Harga penyimpanan perunit barang \times Rata-rata masing-masing barang disimpan \times Lama waktu penyimpanan)

$$\begin{aligned} &= \sum_{l=1}^n \left(P_{i_l} h_l \times \frac{1}{2} (Q_l + Q_{k_l}) \times t_{i_l} \right) \\ &= \sum_{l=1}^n \left(P_{i_l} h_l \times \frac{1}{2} (Q_l + Q_{k_l}) \times \theta_l T^* \right) \end{aligned}$$

Jadi besarnya biaya penyimpanan dalam setahun adalah

Biaya penyimpanan = Biaya penyimpanan selama $t_{i_l} \times$ Banyak siklus dalam
setahun

$$C_{ST} = \sum_{l=1}^n \left(P_{i_l} h_l \times \frac{1}{2} (Q_l + Q_{k_l}) \times \theta_l T^* \right) \times \frac{D_l}{Q_l}$$

$$\begin{aligned}
&= T^* \sum_{l=1}^n \left(P_{i_l} h_l \times \frac{1}{2} (Q_l + Q_{k_l}) \times \theta_l \right) \times \frac{1}{T^*} \\
&= \sum_{l=1}^n \left(P_{i_l} h_l \times \frac{1}{2} (Q_l + Q_{k_l}) \times \theta_l \right)
\end{aligned}$$

Karena $Q_l = D_l T^*$ dan $Q_{k_l} = Q_l (1 - \theta_l)$, maka

$$\begin{aligned}
C_{ST} &= \sum_{l=1}^n \left(P_{i_l} h_l \times \frac{1}{2} ((D_l T^*) + (D_l T^*)(1 - \theta_l)) \times \theta_l \right) \\
C_{ST} &= \sum_{l=1}^n \frac{P_{i_l} h_l \theta_l ((T^* D_l) + (T^* D_l)(1 - \theta_l))}{2} \quad \dots(3.6)
\end{aligned}$$

4. Biaya kekurangan (biaya pinalti) adalah biaya yang dikeluarkan karena kehabisan barang akibat adanya barang yang kadaluarsa. Kekurangan barang terjadi selama periode waktu t_{2_l} . Jika besarnya biaya kekurangan perunit masing-masing jenis barang persatuan waktu adalah C_{k_l} , maka besarnya biaya kekurangan barang selama periode t_{2_l} adalah

$$\begin{aligned}
\text{Biaya kekurangan selama } t_{2_l} &= \sum_{l=1}^n (\text{Biaya kekurangan perunit barang} \times \text{Rata-} \\
&\quad \text{rata masing-masing kekurangan barang} \times \\
&\quad \text{Lama waktu kekurangan})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{l=1}^n \left(C_{k_l} \times \frac{Q_{k_l}}{2} \times t_{2_l} \right) \\
&= \sum_{l=1}^n \left(C_{k_l} \times \frac{Q_{k_l}}{2} \times T^* (1 - \theta_l) \right)
\end{aligned}$$

Jadi besarnya biaya kekurangan selama setahun adalah

$$\text{Biaya kekurangan} = \text{Biaya kekurangan selama } t_{2_l} \times \text{Banyak siklus dalam setahun}$$

$$C_{SoT} = \sum_{l=1}^n \left(C_{k_l} \times \frac{Q_{k_l}}{2} \times T^* (1 - \theta_l) \right) \times \frac{D_l}{Q_l}$$

$$\begin{aligned}
&= T * \sum_{l=1}^n \left(C_{k_l} \times \frac{Q_{k_l}}{2} \times (1 - \theta_l) \right) \times \frac{1}{T *} \\
&= \sum_{l=1}^n \left(C_{k_l} \times \frac{Q_{k_l}}{2} \times (1 - \theta_l) \right)
\end{aligned}$$

Karena $Q_l = D_l T *$ dan $Q_{k_l} = Q_l (1 - \theta_l)$, maka

$$\begin{aligned}
C_{SoT} &= \sum_{l=1}^n \left(C_{k_l} \times \frac{Q_l (1 - \theta_l)}{2} \times (1 - \theta_l) \right) \\
C_{SoT} &= \sum_{l=1}^n \left(C_{k_l} \times \frac{D_l T * (1 - \theta_l)}{2} \times (1 - \theta_l) \right) \\
C_{SoT} &= \sum_{l=1}^n \frac{C_{k_l} D_l T * (1 - \theta_l)^2}{2} \quad \dots(3.7)
\end{aligned}$$

5. Biaya kadaluarsa adalah biaya yang dikeluarkan karena barang telah melewati masa pakai. Dengan perkataan lain, perusahaan akan melakukan penjualan seluruh barang yang akan kadaluarsa dengan harga yang lebih murah pada saat t_{l_i} sehingga menyebabkan perusahaan akan mengalami kerugian. Dalam hal ini, biaya kadaluarsa merupakan selisih antara harga beli barang (P_{i_l}) dengan harga jual barang yang akan kadaluarsa (J_l). Jika harga jual perunit masing-masing barang pada saat t_{l_i} adalah J_l , maka besarnya biaya kadaluarsa selama setahun adalah

$$\begin{aligned}
\text{Biaya kadaluarsa} &= \sum_{l=1}^n (\text{Banyak barang kadaluarsa} \times \text{Selisih perbedaan harga beli} \\
&\quad \text{dan harga jual barang kadaluarsa}) \times \text{Banyak siklus} \\
&\quad \text{dalam setahun}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_{kdT} &= \sum_{l=1}^n (Q_{k_l} \times (P_{i_l} - J_l)) \times \frac{D_l}{Q_l} \\
&= \sum_{l=1}^n (Q_{k_l} \times (P_{i_l} - J_l)) \times \frac{1}{T *}
\end{aligned}$$

Karena $Q_l = D_l T^*$ dan $Q_{k_l} = Q_l(1 - \theta_l)$, maka

$$\begin{aligned}
C_{kdT} &= \sum_{l=1}^n (Q_l(1 - \theta_l) \times (P_{i_l} - J_l)) \times \frac{1}{T^*} \\
C_{kdT} &= \sum_{l=1}^n (D_l T^* (1 - \theta_l) \times (P_{i_l} - J_l)) \times \frac{1}{T^*} \\
C_{kdT} &= \sum_{l=1}^n (D_l (1 - \theta_l) \times (P_{i_l} - J_l)) \\
C_{kdT} &= \sum_{l=1}^n D_l (P_{i_l} - J_l) (1 - \theta_l) \quad \dots(3.8)
\end{aligned}$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (3.4), (3.5), (3.6), (3.7), dan (3.8) ke dalam persamaan (3.3), maka diperoleh biaya total persediaan untuk model persediaan *muti item* ini adalah

$$\begin{aligned}
TAC(T^*) &= C_{pT} + C_{oT} + C_{ST} + C_{SoT} + C_{kdT} \\
&= \left(\sum_{l=1}^n P_{i_l} D_l \right) + \frac{S^*}{T^*} + \left(\sum_{l=1}^n \frac{P_{i_l} h_l \theta_l ((T^* D_l) + (T^* D_l)(1 - \theta_l))}{2} \right) + \\
&\quad \left(\sum_{l=1}^n \frac{C_{k_l} D_l T^* (1 - \theta_l)^2}{2} \right) + \left(\sum_{l=1}^n D_l (P_{i_l} - J_l) (1 - \theta_l) \right) \\
&= \frac{S^*}{T^*} + \left(\sum_{l=1}^n P_{i_l} D_l + \frac{P_{i_l} h_l \theta_l ((T^* D_l) + (T^* D_l)(1 - \theta_l))}{2} + \frac{C_{k_l} D_l T^* (1 - \theta_l)^2}{2} \right. \\
&\quad \left. + D_l (P_{i_l} - J_l) (1 - \theta_l) \right) \quad \dots(3.9)
\end{aligned}$$

Selanjutnya untuk mencari biaya total persediaan yang minimum akan dicapai jika

$$\frac{dTAC}{dT^*} = 0.$$

Perhatikan untuk $\frac{dTAC}{dT^*} = 0$, maka diperoleh

$$-\frac{S^*}{(T^*)^2} + \sum_{l=1}^n \left(\frac{P_{i_l} h_l \theta_l (D_l + D_l(1 - \theta_l))}{2} + \frac{C_{k_l} D_l (1 - \theta_l)^2}{2} \right) = 0$$

$$(T^*)^2 = \frac{S^*}{\sum_{l=1}^n \left(\frac{P_{i_l} h_l \theta_l (D_l + D_l(1-\theta_l))}{2} + \frac{C_{k_l} D_l (1-\theta_l)^2}{2} \right)}$$

$$T^* = \sqrt{\frac{S^*}{\sum_{l=1}^n \left(\frac{P_{i_l} h_l \theta_l (D_l + D_l(1-\theta_l))}{2} + \frac{C_{k_l} D_l (1-\theta_l)^2}{2} \right)}} \quad \dots(3.10)$$

3.3 Prosedur (Algoritma) Pencarian Waktu Pemesanan Barang yang Optimal

Prosedur untuk memperoleh waktu pemesanan barang yang optimal bila terdapat faktor kadaluarsa barang dan faktor *all unit discount* dengan tujuan meminimalkan biaya total persediaan dilakukan dengan mengembangkan algoritma untuk persediaan *single item* dari [9], yaitu :

1. Hitung T^* untuk setiap kombinasi tingkat harga pembelian dari masing-masing barang.
2. Tentukan Q_l , dimana $Q_l = T^* D_l$ pada setiap tingkat harga pembelian masing-masing barang dan hitung TAC dengan menggunakan persamaan (3.9).
3. Tentukan Q_{k_l} , dimana $Q_{k_l} = Q_l(1-\theta_l)$.
4. Pilih nilai T^* yang memberikan TAC minimum dengan jumlah pemesanan barang yang sesuai dengan tingkat harga pembelian yang diberikan oleh *supplier*.

3.4 Contoh Masalah

Suatu perusahaan menjadi agen penjualan untuk tiga buah jenis makanan dari distributor yang sama. Masing-masing indikator dari ketiga jenis makanan dan harga penawaran tiap unit yang diberikan oleh distributor ditunjukkan oleh tabel berikut :

Tabel 1. Indikator Ketiga Jenis Makanan

Indikator	Makanan A	Makanan B	Makanan C
Permintaan (unit/tahun)	500	800	1250
Biaya Pesan (persekali pesan)	Rp. 125.000,00	Rp. 115.000,00	Rp. 100.000,00
Fraksi Penyimpanan Barang (perunit/tahun)	0,8	0,9	0,95
Harga Jual Barang ketika akan Kadaluarsa (unit)	Rp. 9.500,00	Rp. 7.750,00	Rp. 13.500,00
Biaya Kekurangan (perunit)	Rp. 50,00	Rp. 100,00	Rp. 150,00
Fraksi barang baik (θ_i)	0,75	0,84	0,81
Biaya Pemesanan secara bersama-sama	Rp. 275.000,00		

Tabel 2. Harga Penawaran tiap unit yang Diberikan Oleh Distributor Untuk Ketiga Jenis Makanan

Makanan A		Makanan B		Makanan C	
Jumlah	Harga	Jumlah	Harga	Jumlah	Harga
≤ 115	Rp. 11.500,00	≤ 175	Rp. 9.500,00	≤ 250	Rp. 15.000,00
> 115	Rp. 10.000,00	> 175	Rp. 8.000,00	> 250	Rp. 14.000,00

Berdasarkan data di atas, strategi kebijakan apakah yang sebaiknya dilakukan oleh perusahaan tersebut sehingga perusahaan mengeluarkan biaya total persediaan yang minimum?

Jika perusahaan melakukan kebijakan pemesanan barang secara individu (*individual order*), maka dengan menggunakan algoritma pada [9] dan persamaan (2.7), (2.9), (2.10), jumlah pemesanan barang yang optimal dan biaya total persediaan untuk masing-masing ketiga jenis makanan adalah

Tabel 3. Besarnya Biaya Total Persediaan Untuk Masing-masing Jenis Makanan

Jenis Makanan	Q	Q_k	TAC
A	129	32	Rp. 6.030.958,00
B	176	29	Rp. 7.572.318,00
C	251	48	Rp. 19.726.326,00
TOTAL TAC			Rp. 33.329.603,00

Dengan demikian, jika perusahaan melakukan kebijakan *individual order* untuk ketiga jenis makanan tersebut, maka biaya total persediaan yang dikeluarkan selama 1 tahun adalah Rp. 33.329.603,00.

Selanjutnya akan dianalisa besarnya biaya total persediaan yang dikeluarkan oleh perusahaan jika melakukan kebijakan pemesanan barang secara bersama-sama (*joint order*) dengan menggunakan algoritma diatas.

1. Dengan menggunakan persamaan (3.10), nilai T^* pada berbagai kombinasi tingkat harga pembelian dirangkum dalam tabel berikut.

Tabel 4. Nilai T^* Berbagai Kombinasi Tingkat Harga Pembelian

No	Harga			T^* (tahun)
	Makanan A	Makanan B	Makanan C	
1.	Rp. 11.500,00	Rp. 9.500,00	Rp. 15.000,00	0.2306
2.	Rp. 11.500,00	Rp. 9.500,00	Rp. 14.000,00	0.2353
3.	Rp. 11.500,00	Rp. 8.000,00	Rp. 15.000,00	0.2342
4.	Rp. 11.500,00	Rp. 8.000,00	Rp. 14.000,00	0.2391
5.	Rp. 10.000,00	Rp. 9.500,00	Rp. 15.000,00	0.2336
6.	Rp. 10.000,00	Rp. 9.500,00	Rp. 14.000,00	0.2384
7.	Rp. 10.000,00	Rp. 8.000,00	Rp. 15.000,00	0.2373
8.	Rp. 10.000,00	Rp. 8.000,00	Rp. 14.000,00	0.2424

2. Banyaknya jumlah pemesanan untuk masing-masing jenis makanan dan biaya total persediaan yang dikeluarkan oleh perusahaan selama setahun pada berbagai kombinasi tingkat harga pembelian dirangkum dalam tabel berikut.

Tabel 5. Nilai Q_i dan TAC pada Berbagai Kombinasi Tingkat Harga Pembelian

No	Harga			Jumlah Pemesanan			TAC	Keterangan
	Makanan A	Makanan B	Makanan C	Q_A	Q_B	Q_C		
1.	Rp. 11.500,00	Rp. 9.500,00	Rp. 15.000,00	116	185	289	Rp. 37.930.121,00	Tidak ada Q yang valid
2.	Rp. 11.500,00	Rp. 9.500,00	Rp. 14.000,00	118	189	295	Rp. 35.620.066,00	Hanya Q_C valid
3.	Rp. 11.500,00	Rp. 8.000,00	Rp. 15.000,00	118	188	293	Rp. 35.685.179,00	Hanya Q_B valid
4.	Rp. 11.500,00	Rp. 8.000,00	Rp. 14.000,00	120	192	299	Rp. 33.374.361,00	Hanya Q_B, Q_C valid
5.	Rp. 10.000,00	Rp. 9.500,00	Rp. 15.000,00	117	187	292	Rp. 36.587.164,00	Hanya Q_A valid
6.	Rp. 10.000,00	Rp. 9.500,00	Rp. 14.000,00	120	191	299	Rp. 34.276.481,00	Hanya Q_A, Q_C valid
7.	Rp. 10.000,00	Rp. 8.000,00	Rp. 15.000,00	119	190	297	Rp. 34.341.737,00	Hanya Q_A, Q_B valid
8.	Rp. 10.000,00	Rp. 8.000,00	Rp. 14.000,00	122	194	304	Rp. 32.030.260,00	Q_A, Q_B, Q_C valid

- Dari Tabel 5, diperoleh biaya total persediaan yang minimum dengan kebijakan *joint order* adalah Rp. 32.030.260,00 dengan jumlah pemesanan masing-masing jenis makanan adalah $Q_A = 122$ unit, $Q_B = 194$ unit, dan $Q_C = 304$ unit.
- Jumlah barang yang akan kadaluarsa dari masing-masing jenis makanan pada berbagai kombinasi tingkat harga pembelian dirangkum dalam tabel berikut.

Tabel 6. Nilai Q_{k_i} Pada Berbagai Kombinasi Tingkat Harga Pembelian

No	Harga			Jumlah Pemesanan			Q_{k_A}	Q_{k_B}	Q_{k_C}
	Makanan A	Makanan B	Makanan C	Q_A	Q_B	Q_C			
1.	Rp. 11.500,00	Rp. 9.500,00	Rp. 15.000,00	116	185	289	29	30	55
2.	Rp. 11.500,00	Rp. 9.500,00	Rp. 14.000,00	118	189	295	30	31	56
3.	Rp. 11.500,00	Rp. 8.000,00	Rp. 15.000,00	118	188	293	30	30	56
4.	Rp. 11.500,00	Rp. 8.000,00	Rp. 14.000,00	120	192	299	30	31	57
5.	Rp. 10.000,00	Rp. 9.500,00	Rp. 15.000,00	117	187	292	30	30	56
6.	Rp. 10.000,00	Rp. 9.500,00	Rp. 14.000,00	120	191	299	30	31	57
7.	Rp. 10.000,00	Rp. 8.000,00	Rp. 15.000,00	119	190	297	30	31	57
8.	Rp. 10.000,00	Rp. 8.000,00	Rp. 14.000,00	122	194	304	31	32	58

Dengan demikian jika perusahaan menerapkan kebijakan *joint order*, maka perusahaan akan melakukan pemesanan untuk ketiga jenis makanan secara bersama-sama setiap 0.2424 tahun (88 hari) dengan jumlah pemesanan masing-masing jenis makanan adalah $Q_A = 122$ unit, $Q_B = 194$ unit, dan $Q_C = 304$ unit serta biaya total persediaan yang dikeluarkan selama 1 tahun adalah Rp. 32.030.260,00.

Jadi untuk contoh masalah di atas dengan menerapkan kebijakan *joint order*, perusahaan dapat mengeluarkan biaya total persediaan yang lebih kecil daripada menerapkan kebijakan *individual order* dan besarnya perbedaan biaya total persediaan dari kedua kebijakan tersebut adalah Rp. 1.299.343,00.

BAB IV

KESIMPULAN DAN SARAN

4.1 Kesimpulan

Pada penelitian ini telah dikembangkan suatu model persediaan *multi item* dengan mempertimbangkan faktor kadaluarsa dan faktor *all unit discount* secara bersama-sama. Melalui model persediaan ini, suatu perusahaan dapat memiliki alternatif kebijakan pemesanan barang apakah dengan kebijakan *individual order* atau dengan kebijakan *joint order*. Keputusan untuk memilih kebijakan yang akan digunakan dapat dilakukan dengan melihat biaya total persediaan dari masing-masing kebijakan yang memberikan biaya total persediaan yang minimum.

4.2 Saran

Pengembangan lebih lanjut untuk penelitian lanjutan dapat dilakukan dalam beberapa aspek antara lain membentuk model persediaan untuk barang-barang yang selalu mengalami *perishable* dari hari ke hari, misalkan pada produk buah-buahan, melibatkan persediaan *multi item* dengan faktor *incremental discount* secara bersamaan, ataupun model persediaan probabilistik dengan tetap melibatkan faktor kadaluarsa dan *all unit discount* atau *incremental discount*.

DAFTAR PUSTAKA

- [1]. Bukhari, Fawzy, 2011, "*Adaptive Control of a Production-Inventory Model with Uncertain Deterioration Rate*", Applied Mathematics, Vol. 2, pp. 1170-1174.
- [2]. Ferguson, M., Jayaraman, V., and Souza, Gilvan C., 2007, "*Note : An Application of the EOQ Model with Nonlinear Holding Cost to Inventory Management of Perishables*", European Journal of Operations Research, pp. 485-490.
- [3]. Hariga, Moncer A., Al-Ahmari, Abdulrahman, and Mohamed, Abdel-Rahman A., 2007, "*A Joint Optimisation Model for Inventory Replenishment Product Assortment, Shelf Space and Display Area Allocation Decisions*", European Journal of Operations Research, 181, pp. 239-251.
- [4]. Indrianti, N., Ming, T., dan Toha, Isa S., 2001, "*Model Perencanaan Kebutuhan Bahan Dengan Mempertimbangkan Waktu Kadaluarsa Bahan*", Media Teknik, No. 2, Tahun XXIII, hal. 60-65.
- [5]. Kasthuri, R., Vasanthi, P., Ranganayaki S., and Seshaiyah, C. V., 2011, "*Multi-Item Fuzzy Inventory Model Involving Three Constrain : A Karush-Kuhn-Tucker Conditions Approach*", American Journal of Operations Research, Vol. 1, pp. 155-159.
- [6]. Limansyah, Taufik, 2011, "*Analisis Model Persediaan Barang EOQ Dengan Mempertimbangkan Faktor Kadaluarsa dan Faktor All Unit Discount*", Lembaga Penelitian dan Pengabdian kepada Masyarakat, Universitas Katolik Parahyangan.
- [7]. Muckstadt, John A., and Sapra, A., 2010, *Principles of Inventory Management*, Springer, New York.

- [8]. Prasetyo, H., Munawir, H., dan Musthofiyah, Ning A., 2005, “*Pengembangan Model Persediaan Dengan Mempertimbangkan Waktu Kadaluarsa Bahan dan Faktor Incremental Discount*”, Jurnal Ilmiah Teknik Industri, Vol. 4, No. 2, hal 49-56.
- [9]. Prasetyo, H., Nugroho, Munajat T., dan Pujiarti A., 2006, “*Pengembangan Model Persediaan Bahan Baku Dengan Mempertimbangkan Waktu Kadaluarsa dan Faktor Unit Diskon*”, Jurnal Ilmiah Teknik Industri, Vol. 4, No. 3, hal. 115-122.
- [10]. Tersine, Richard J., 1994, *Principles of Inventory and Material Management*, 4th ed., Prentice Hall, New Jersey.
- [11]. Zhang B., and Du, Shaofu, 2010, “*Multi-Product Newsboy Problem with Limited Capacity and Outsourcing*”, European Journal of Operations Research, 202, pp. 107-113.
- [12]. Zhang, B., and Wang, X., 2011, “*Optimal Policy and Simple Algorithm for a Deteriorated Multi-Item EOQ Problem*”, American Journal of Operations Research, Vol. 1, pp. 46-50.